THE WEST BENGAL COUNCIL OF RABINDRA OPEN SCHOOLING

UCHCHA MADHYAMIK PARIKSHA, 2025

পশ্চিমবঙ্গ রবীন্দ্র মুক্তবিদ্যালয় সংসদ

উচ্চমাধ্যমিক পরীক্ষা, ২০২৫

গণিত

Mathematics

সময় ঃ ৩ ঘণ্টা ১৫ মিনিট **পূর্ণমান ঃ ৮০**

Time : 3 Hours 15 Minutes **Full Marks : 80**

পরীক্ষার্থীদের প্রতি সাধারণ নির্দেশ
(General Instructions for the Examinees)

সকল পরীক্ষার্থীকে নিজের নাম, ক্রমিক নম্বর ও নিবন্ধন নম্বর উত্তরপত্রে লিখতে হবে।
Candidates should write their Name, Roll No. and Registration No. in their respective answer scripts.

পরীক্ষার সময়ের প্রথম ১৫ মিনিট প্রশ্ন পড়ার জন্য।
প্রশ্নের উত্তর যথাযথ হওয়া দরকার।
First 15 Minutes are allotted for reading the question paper.
Answers should be in brief and to the point.

প্রতিটি উত্তরের প্রশ্নসংখ্যা খাতায় সঠিকভাবে লিখতে হবে।
Write correct question no. against each answer.

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।
বানান ভুল, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কাটা যাবে।
প্রান্তিক সংখ্যাগুলি প্রতিটি প্রশ্নের পূর্ণমান নির্দেশ করছে।
Special credit will be given for answers which are brief and to the point.
Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.
In the right side the marks of questions are given.

1. *যে কোনো বারোটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 1×12=12

(a) 5, x, 405 সংখ্যা তিনটি গুণোত্তর প্রগতিতে থাকলে x-এর মান কত হবে?

(b) $\sin 1860^\circ$-এর মান নির্ণয় করো।

(c) সাংখ্যমান নির্ণয় করো ঃ ${}^9P_3 \div {}^7P_4$

(d) $x = at^2,\ y = 2at$ হলে, $\frac{dy}{dx}$-এর মান কত হবে?

(e) $\int e^{5x}dx$-এর মান নির্ণয় করো।

(f) P-এর মান কত হলে $3x^2 - 5x + P = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় সমান হবে?

(g) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}}}{x-2}$-এর মান কত হবে?

(h) $9x^2 + y^2 = 81$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা কত?

(i) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$-এর বিস্তৃতির দশম পদের সহগ কত?

(j) $\log_{10} x = 3$ হলে, x-এর মান নির্ণয় করো।

(k) $z = \sqrt{3} + i$-এর মডিউলাস কত?

(l) $f(x) = x + |x-1|$ হলে, $f(-3)$-এর মান কত?

(m) $\tan^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)$-এর মুখ্যমান কত?

2. *যে কোনো ছয়টি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×6=12

(a) $2x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হলে, যে সমীকরণের বীজদ্বয় $\frac{\alpha^2}{\beta}$ ও $\frac{\beta^2}{\alpha}$ সেই সমীকরণটি নির্ণয় করো।

(b) t-এর মান কত হলে $(1,\ t+1)$, $(-1,\ -t)$ ও $(t-2,\ 1-t)$ শীর্ষবিন্দুবিশিষ্ট ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $12\frac{1}{2}$ বর্গ একক হবে?

(c) $x^2 - y^2 = 4$ সমপরাবৃত্তটির নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য ও উৎকেন্দ্রতা নির্ণয় করো।

(d) $\tan(205^\circ) = a$ হলে, প্রমাণ করো যে $\frac{\tan 155^\circ - \tan 115^\circ}{1 + \tan 155^\circ \,.\, \tan 115^\circ} = \frac{1-a^2}{2a}$।

(e) অন্তরকলজ নির্ণয় করো ঃ $x^{\log x}$

(f) মান নির্ণয় করো ঃ $\int \frac{\sin x}{1+\sin x}dx$

(g) সরল করো ঃ $(1+i)^{-2} - (1-i)^{-2}$

(h) দেখাও যে $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ অপেক্ষকের চরম মান তার অবম মান অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

(i) যদি $A \cup B = A \cap B$ হয়, তবে প্রমাণ করো, $A = B$।

(j) সমাধান করো ঃ $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2}+\cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2}=2\tan^{-1}x$

3. *যে কোনো নয়টি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×9=36

(a) কোনো সমান্তর প্রগতির তৃতীয় ও পঞ্চম পদ যথাক্রমে $\frac{1}{5}$ ও $\frac{1}{3}$ হলে, দেখাও যে এই প্রগতিটির প্রথম 15 টি পদের সমষ্টি 8।

(b) $x^2-px+q=0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি সমীকরণটির বীজদ্বয়ের অন্তরের তিনগুণ হলে, দেখাও যে $2p^2=9q$ ।

(c) $y=\log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$ হলে, প্রমাণ করো যে $x^3y_2=(y-xy_1)^2$ ।

(d) $\int\frac{\sin 2x}{(a+b\cos x)^2}dx=?$

(e) একটি গোলাকৃতি বেলুনের আয়তন প্রতি সেকেন্ডে 10 ঘনসেমি হারে বৃদ্ধি পায়। যে মুহূর্তে তার ব্যাসার্ধ 16 সেমি হয় সেই মুহূর্তে তার বক্রপৃষ্ঠের পরিবর্তনের হার নির্ণয় করো।

(f) দেখাও যে $lx+my+n=0$ সরলরেখাটি $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি $a^2l^2-b^2m^2=n^2$ হয়।

(g) একক ভেক্টর কী? ভেক্টরের যোগ সংক্রান্ত ত্রিভুজ সূত্রটি লেখো।

(h) সমাধান করো ঃ $\log_2 x\,.\log_2(x-2)=3$

(i) $\tan\alpha-\tan\beta=p$ এবং $\cot\beta-\cot\alpha=q$ হলে, দেখাও যে $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\cot(\alpha-\beta)$ ।

(j) যে কোনো ত্রিভুজ ABC-এর ক্ষেত্রে প্রমাণ করো যে $(AB^2+AC^2)=2(AD^2+CD^2)$ যেখানে AB-এর মধ্যবিন্দু D।

(k) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}$-এর মান নির্ণয় করো।

(l) বুলীয় অপেক্ষকটির সরলীকরণ করো ঃ $f(x,y)=xy'+x'y'+x'y$

4. *যে কোনো চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 5×4=20

(a) মান নির্ণয় করো ঃ $\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{x^3}{1+\sin^2 x}dx$

(b) ABCD ট্র্যাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটি AB ও CD, E এবং F হল যথাক্রমে BC ও AD-এর মধ্যবিন্দুদ্বয়। প্রমান করো, EF হল AB এবং CD-এর সমান্তরাল এবং AB ও CD বাহুদ্বয়ের যোগফলের অর্ধেক।

(c) 2023 সালের উচ্চমাধ্যমিক পরীক্ষায় 40% পরীক্ষার্থী ইংরাজিতে, 55% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে এবং 45% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাশ করেছে। যদি 990 জন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করে তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

(d) $2x+3y=1$ ও $4y=5x+2$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো যার নতি $\frac{8}{3}$।

(e) ক্রেমার-এর সূত্রের সাহায্যে সমাধান করো ঃ

$x + 2y - z = -3$

$3x + y + z = 4$

$x - y + 2z = 6$

1. Answer *any twelve* of the following questions: 1×12=12

(a) If the numbers 5, x, 405 are in G.P, then what is the value of x?

(b) Find the value of sin1860º.

(c) Calculate the numerical value of ${}^{9}P_3 \div {}^{7}P_4$.

(d) If $x = at^2$, $y = 2at$, then what is the value of $\frac{dy}{dx}$?

(e) Find $\int e^{5x} dx$ =?.

(f) For what value of P, the roots of the equation $3x^2 - 5x + P = 0$ will be equal?

(g) Find the value of $\lim_{x \to 2} \frac{x^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}}}{x - 2}$

(h) What is the eccentricity of the ellipse $9x^2 + y^2 = 81$?

(i) What is the co-efficient of the 10th term in the expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$?

(j) If $\log_{10} x = 3$, then x = ?

(k) Find the modulus of $z = \sqrt{3} + i$.

(l) If $f(x) = x + |x - 1|$, then find the value of $f(-3)$.

(m) Find the principal value of $\tan^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)$.

2. Answer *any six* of the following: 2×6=12

(a) If α and β are the roots of the equation $2x^2 + x + 1 = 0$, find the equation whose roots are $\frac{\alpha^2}{\beta}$ and $\frac{\beta^2}{\alpha}$.

(b) For what value of t will the area of the triangle with vertices (1, t + 1), (–1, –t) and (t – 2, 1 – t) be $12\frac{1}{2}$ square units?

(c) Find the length of the latus rectum and the eccentricity of the hyperbola $x^2 - y^2 = 4$.

(d) If $\tan(205^\circ) = a$, prove that $\frac{\tan 155^\circ - \tan 115^\circ}{1 + \tan 155^\circ . \tan 115^\circ} = \frac{1 - a^2}{2a}$.

(e) Find the derivative of the function $x^{\log x}$.

(f) $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$ =?

(g) Simplify : $(1+i)^{-2} - (1-i)^{-2}$

(h) Show that the maximum value of $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ is smaller than its minimum value.

(i) If $A \cup B = A \cap B$, then prove that A = B.

(j) Solve : $\sin^{-1}\frac{2a}{1+a^2}+\cos^{-1}\frac{1-b^2}{1+b^2}=2\tan^{-1}x$

3. Answer *any nine* of the following: 4×9=36

(a) In an arithmetic progression, the third and fifth terms are $\frac{1}{5}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. Then show that the sum of the first 15 terms of the progression is 8.

(b) If the sum of the roots of the equation $x^2-px+q=0$ is three times the difference of the roots of the same equation, then show that $2p^2=9q$.

(c) If $y=\log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$, then prove that $x^3y_2=(y-xy_1)^2$.

(d) $\int\frac{\sin 2x}{(a+b\cos x)^2}dx=?$

(e) The volume of a spherical balloon increases at a rate of 10 cm^3/sec. Find the rate of change of its surface area when the radius is 16 cm.

(f) Show that the line $lx+my+n=0$ will touch the hyperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ if $a^2l^2-b^2m^2=n^2$.

(g) What is unit vector? Write the triangle law of vector addition.

(h) Solve: $\log_2 x\,.\log_2(x-2)=3$

(i) If $\tan\alpha-\tan\beta=p$ and $\cot\beta-\cot\alpha=q$, then show that $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\cot(\alpha-\beta)$.

(j) In any triangle *ABC*, prove that $(AB^2+AC^2)=2(AD^2+CD^2)$, where *D* is the midpoint of *AB*.

(k) Find $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$.

(l) Simplify the Boolean expression: $f(x,y)=xy'+x'y'+x'y$.

4. Answer *any four* of the following: 5×4=20

(a) Find $\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x^3}{1+\sin^2 x}dx$.

(b) ABCD is a trapezium with parallel sides AB and CD. E and F are the midpoints of sides BC and AD respectively. Prove that EF is parallel to AB and CD, and EF is half the sum of AB and CD.

(c) In the year 2023, 40% of students passed in English, 55% of students passed in Bengali and 45% passed in both subjects. If 990 students failed in both subjects, what is the total number of students in H.S. exam?

(d) Find the equation of the line passing through the intersection of the lines $2x + 3y = 1$ and $4y = 5x + 2$, and having a slope of $\frac{8}{3}$.

(e) Solve using Cramer's Rule:

$x + 2y - z = -3$

$3x + y + z = 4$

$x - y + 2z = 6$

———————