**THE WEST BENGAL COUNCIL OF RABINDRA OPEN SCHOOLING**

**UCHCHA MADHYAMIK PARIKSHA, 2024**

# পশ্চিমবঙ্গ রবীন্দ্র মুক্তবিদ্যালয় সংসদ

## উচ্চমাধ্যমিক পরীক্ষা, ২০২৪

গণিত

(পুরাতন পাঠক্রম)

# Mathematics

## (Old Syllabus)

**সময় ঃ ৩ ঘণ্টা ১৫ মিনিট** | **পূর্ণমান ঃ ১০০**

**Time : 3 Hours 15 Minutes** | **Full Marks : 100**

## পরীক্ষার্থীদের প্রতি সাধারণ নির্দেশ

## (General Instructions for the Examinees)

সকল পরীক্ষার্থীকে প্রথম পত্র এবং দ্বিতীয় পত্রের উত্তর একটি উত্তর পত্রে লিখতে হবে।
All Candidates should answer First Paper and Second Paper in one Answer Booklet.

সকল পরীক্ষার্থীকে নিজের নাম ও নিবন্ধন নম্বর উত্তরপত্রে লিখতে হবে।

Candidates should write their Name and Registration No.
in their respective answer scripts.

পরীক্ষার সময়ের প্রথম ১৫ মিনিট প্রশ্ন পড়ার জন্য।
প্রশ্নের উত্তর যথাযথ হওয়া দরকার।

First 15 Minutes are allotted for reading the question paper.
Answers should be in brief and to the point.

প্রতিটি উত্তরের প্রশ্নসংখ্যা খাতায় সঠিকভাবে লিখতে হবে।

Write correct question no. against each answer.

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।
বানান ভুল, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কাটা যাবে।
প্রান্তিক সংখ্যাগুলি প্রতিটি প্রশ্নের পূর্ণমান নির্দেশ করছে।

Special credit will be given for answers which are brief and to the point.
Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.
In the right side the marks of questions are given.

**প্রথম পত্র** **পূর্ণমান:** 50

**1.** *যেকোনো ছয়টি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $1\times6=6$

(i) নীচের কোনটি 5, 12, 19,.... প্রগতির সপ্তম পদ?

(a) 45 (b) 47

(c) 40 (d) 33

(ii) $5x^2-7x-k=0$ সমীকরণের বীজ দুটি পরস্পর অন্যোনক হলে নীচের কোনটি $k$ এর মান হবে?

(a) $-5$ (b) $-\frac{1}{5}$

(c) 5 (d) $\frac{1}{5}$

(iii) $\cot(-870^\circ)$ এর মান কত?

(a) $\sqrt{3}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $-\sqrt{3}$

(iv) $(2,-5)$ ও $(-3,-2)$ বিন্দু দুটির সংযোজক রেখাংশ একটি বিন্দুতে 4 : 3 অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে, ঐ বিন্দুর কোটি হয়

(a) $-18$ (b) $-7$

(c) 18 (d) 7

(v) $4x^2+25y^2=100$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা হয়

(a) $\frac{\sqrt{21}}{5}$ (b) $\frac{3\sqrt{7}}{3}$

(c) $\frac{7\sqrt{3}}{5}$ (d) $\frac{\sqrt{23}}{5}$

(vi) সমান্তরীয় মধ্যক (A.M) ও গুণোত্তরীয় মধ্যকের (G.M) মধ্যে সম্পর্কটি হল —

(a) A.M < G.M (b) A.M ≤ G.M

(c) A.M ≥ G.M (d) A.M > G.M

(vii) ${}^{16}C_r={}^{16}C_{2r+1}$ হলে, $r$ এর মান হয়

(a) 6 (b) 5

(c) 4 (d) 3

**2.** *যেকোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×5=10

(i) $\left(3a+\frac{2}{a}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে দশম পদ নির্ণয় করো।

(ii) $(7-24i)$ এর বর্গমূল নির্ণয় করো।

(iii) প্রমাণ করো ঃ $2\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\tan^{-1}\frac{4}{7}$ ।

(iv) cos (240°) এর মান নির্ণয় করো।

(v) $2x^2+2y^2+ax+by+c=0$, বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(3, -4)$, হলে $a$ ও $b$ এর মান নির্ণয় করো।

(vi) $A=\begin{bmatrix}2\\3\\-1\end{bmatrix}$ এবং $B=\begin{bmatrix}3,5,7\end{bmatrix}$ হলে $AB$ নির্ণয় করো।

**3.** *যেকোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×3=12

(i) Cramer এর নিয়মে সমীকরণগুলি সমাধান করো ঃ $3x+y+z=0;\quad x+y-z=0;\quad 5x-9y=1$ .

(ii) গাণিতিক আরোহণ প্রণালীর প্রয়োগে প্রমাণ করো ঃ

$4+44+444+\ldots$ $n$ সংখ্যক পদ পর্যন্ত = $\frac{4}{81}\left(10^{n+1}-9n-10\right)$

(iii) 1 ও 41 এর মধ্যে 7 টি সমান্তরীয় মধ্যক বসাও।

(iv) $a^2+b^2=7ab$ , হলে দেখাও যে $\log\left[\frac{1}{3}(a+b)\right]=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

**4.** *যেকোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×3=12

(i) $2\tan\alpha = 3\tan\beta$, হলে দেখাও যে

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\sin 2\beta}{5-\cos 2\beta}$$

(ii) প্রমাণ করো ঃ $\sin(A+B)\ \sin(A-B)+\cos(A+B)\ \cos(A-B)=1-2\sin^2 B$

(iii) দেখাও যে, $\tan^{-1}\frac{a-b}{1+ab}+\tan^{-1}\frac{b-c}{1+bc}+\tan^{-1}\frac{c-a}{1+ca}=0$ .

(iv) সমাধান করো ঃ $(\sec\theta-1)=\left(\sqrt{2}-1\right)\tan\theta$

**5.** *যেকোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $5\times2=10$

(i) $x+y+9=0$ এবং $3x-2y+2=0$ সরলরেখা দুটির ছেদবিন্দুগামী যে সরলরেখাটি $4x+5y+1=0$ সরলরেখার উপর লম্ব তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) $9x^2+25y^2=225$ উপবৃত্তের (a) নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য, (b) উৎকেন্দ্রতা এবং (c) নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(iii) (1, 2), (3, 1) ও (2, 3) বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করো।

**দ্বিতীয় পত্র** **পূর্ণমান:** 50

**1.** *যেকোনো চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $1\times4=4$

(i) $|x-2|=2-x$ হবে, যখন

(a) $x\leq-2$ (b) $x\leq2$

(c) $x\geq-2$ (d) $x\geq2$

(ii) $\int\frac{dx}{x^2-a^2}=k\log\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+c$, হলে $k$ এর মান হয়

(a) $\frac{1}{a}$ (b) $\frac{1}{2a}$

(c) 2a (d) এগুলির কোনোটিই নয়

(iii) $y^2=4ax$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান হয়

(a) $-4a^2y^3$ (b) $4ay^3$

(c) $-2ay^2$ (d) $2ay^2$

(iv) $y=x^2-x+2$ অপেক্ষকের অবম মান হয়

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{7}{4}$ (d) $\frac{7}{4}$

(v) $\vec{\alpha}=2\hat{i}+3\hat{j}$ এবং $\vec{\beta}=p\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টর দুটি সমান্তরাল হলে $p$ এর মান হয়

(a) $-\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{3}{2}$

**2.** *যেকোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $2\times3=6$

(i) $y = x^5$ হলে, দেখাও যে $x\dfrac{dy}{dx} - 5y = 0$

(ii) দেখাও যে, $x + \dfrac{1}{x}$ অপেক্ষকের চরম মান তার অবম মান অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

(iii) $x^2 + y^2 = 25$ এর $x = 0$ বিন্দুতে $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ এর মান নির্ণয় করো।

(iv) মান নির্ণয় করো ঃ $\int_0^{\pi} \sin 3x \ \sin 5x \, dx$

**3.** (i) $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1-x} = 0$ হলে, প্রমাণ করো $y_2 = \dfrac{2}{(1+x)^3}$ । 4

*অথবা,*

(ii) $y = e^{m\sin^{-1}x}$ হলে, প্রমাণ করো যে $\left(1-x^2\right)\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} = m^2y$ ।

**4.** *যেকোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $4\times2=8$

(i) $\sin^{-1}\dfrac{2x}{1+x^2}$ এর $\tan^{-1}\dfrac{2x}{1-x^2}$ এর সাপেক্ষকে অন্তরকলজ নির্ণয় করো।

(ii) $f(x) = x + 2$ যখন $x < 2.$

$\quad\; = x^2 - 1$ যখন $x \geq 2.$

দেখাও যে $f(x)$, $x = 2$ বিন্দুতে সন্তত।

(iii) $y = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ হলে, প্রমাণ করো $2x\dfrac{dy}{dx} + y = 2\sqrt{x}$ ।

**5.** *যেকোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $4\times2=8$

(i) মান নির্ণয় করো ঃ $\int \cos(\log x)\,dx$

(ii) সমাকলন করো ঃ $\int \dfrac{\log x}{(1+\log x)^2}dx$

(iii) সমাকলন করো ঃ $\int \tan x \, dx$

**6.** প্রমাণ করোঃ 4×1=4

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx=\frac{\pi}{4}$$

*অথবা,*

মান নির্ণয় করো ঃ $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{3n}\right]$

**7.** *যেকোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×2=8

(i) কলন বিদ্যা প্রয়োগে প্রমাণ করো যে, $lx+my=n$ সরলরেখা $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ পরাবৃত্তের অভিলম্ব হবে, যদি $\frac{a^2}{l^2}-\frac{b^2}{m^2}=\frac{(a^2+b^2)^2}{n^2}$ হয়।

(ii) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্ত এবং $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষুদ্রতর অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(iii) $x+y=3$ হলে, $\frac{9}{x}+\frac{36}{y}$ অপেক্ষকের চরম ও অবম মান নির্ণয় করো।

**8.** কোন ত্রিভুজের দুটি মধ্যমা সমান হলে প্রমাণ করো, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু। 4

*অথবা,*

সেট প্রক্রিয়ার সাহায্যে 4, 6, 9 এর ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

**9.** সমাকলন ঃ $\int \tan^6 x\, dx$ 4

*অথবা,*

সমাকলন ঃ $\int \frac{dx}{3\cos x+4\sin x}$

**First Paper** **Full Marks: 50**

**1.** Answer *any six* questions: 1×6=6

(i) The seventh term of the progression 5, 12, 19, ... is

(a) 45 (b) 47

(c) 40 (d) 33

(ii) If one root of $5x^2 - 7x - k = 0$ be reciprocal the other, then the value of $k$ is

(a) – 5 (b) $-\frac{1}{5}$

(c) 5 (d) $\frac{1}{5}$

(iii) The value of cot (– 870°) is

(a) $\sqrt{3}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $-\sqrt{3}$

(iv) The co-ordinate of the point which divides the line joining the points (2, – 5) and (– 3, – 2) in the ratio 4 : 3 externally is

(a) – 18 (b) – 7

(c) 18 (d) 7

(v) The eccentricity of an ellipse $4x^2 + 25y^2 = 100$ is

(a) $\frac{\sqrt{21}}{5}$ (b) $\frac{3\sqrt{7}}{3}$

(c) $\frac{7\sqrt{3}}{5}$ (d) $\frac{\sqrt{23}}{5}$

(vi) The relation between arithmatic mean (A.M) and geometric mean (G.M) is

(a) A.M < G.M (b) A.M ≤ G.M

(c) A.M ≥ G.M (d) A.M > G.M

(vii) If ${}^{16}C_r = {}^{16}C_{2r+1}$, then the value of $r$ is

(a) 6 (b) 5

(c) 4 (d) 3

**2.** Answer *any five* questions: 2×5=10

(i) Find the 10th term of the expression $\left(3a + \frac{2}{a}\right)^{12}$

(ii) Find the square root of $(7 - 24i)$.

(iii) Prove that: $2\tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \tan^{-1}\frac{4}{7}$.

(iv) Find the value of cos (240°).

(v) If the centre of a circle $2x^2 + 2y^2 + ax + by + c = 0$ is (3, – 4), then find the value of $a$ and $b$.

(vi) If $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ and $B = [3, 5, 7]$, find $AB$.

**3.** Answer *any three* questions: 4×3=12

(i) Solve by Cramers rule : $3x + y + z = 0;\quad x + y - z = 0;\quad 5x - 9y = 1$

(ii) Using the principle of mathematical induction prove that

$4 + 44 + 444 + \ldots$ to $n$ terms $= \frac{4}{81}\left(10^{n+1} - 9n - 10\right)$

(iii) Insert 7 arithmatic mean between 1 and 41

(iv) If $a^2 + b^2 = 7ab$, show that $\log\left[\frac{1}{3}(a+b)\right] = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

**4.** Answer *any three* questions: 4×3=12

(i) If 2 tanα = 3 tanβ, show that

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin 2\beta}{5 - \cos 2\beta}$$

(ii) Prove that, $\sin(A + B)\ \sin(A - B) + \cos(A + B)\ \cos(A - B) = 1 - 2\sin^2 B$

(iii) Show that, $\tan^{-1}\frac{a-b}{1+ab} + \tan^{-1}\frac{b-c}{1+bc} + \tan^{-1}\frac{c-a}{1+ca} = 0$.

(iv) Solve: $(\sec\theta - 1) = \left(\sqrt{2} - 1\right)\tan\theta$

**5.** Answer *any two* questions: 5×2=10

(i) Find the equation of the line which passes through the point of intersection of the lines $x + y + 9 = 0$ and $3x - 2y + 2 = 0$ and is perpendicular to the line $4x + 5y + 1 = 0$.

(ii) Find the (a) length of latus rectum; (b) eccentricity and (c) the equation of directrix of the ellipse $9x^2 + 25y^2 = 225$.

(iii) Find the equation of a circle passes through the points (1, 2), (3, 1) and (2, 3).

**Second Paper** **Full Marks: 50**

**1.** Answer *any four* questions: 1×4=4

(i) $|x-2| = 2-x$ when

(a) $x \le -2$ (b) $x \le 2$

(c) $x \ge -2$ (d) $x \ge 2$

(ii) If $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = k \log\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$, the value of $k$ is

(a) $\frac{1}{a}$ (b) $\frac{1}{2a}$

(c) $2a$ (d) None of these

(iii) If $y^2 = 4ax$, the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$ is

(a) $-4a^2y^3$ (b) $4ay^3$

(c) $-2ay^2$ (d) $2ay^2$

(iv) The minimum value of the function $y = x^2 - x + 2$ is

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{7}{4}$ (d) $\frac{7}{4}$

(v) If two vectors $\vec{\alpha} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ and $\vec{\beta} = p\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, are parallel, then the value of $p$ is

(a) $-\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{3}{2}$

**2.** Answer *any three* questions: 2×3=6

(i) If $y = x^5$, show that $x\frac{dy}{dx} - 5y = 0$

(ii) Show that, the maximum value of the function $x + \frac{1}{x}$ is less than its minimum value.

(iii) If $x^2 + y^2 = 25$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 0$.

(iv) Evaluate: $\int_0^{\pi} \sin 3x \ \sin 5x \, dx$

**3.** (i) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$, prove that $y_2 = \frac{2}{(1+x)^3}$ 4

*Or,*

(ii) If $y = e^{m \sin^{-1} x}$, prove that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = m^2 y$

**4.** Answer *any two* questions: 4×2=8

(i) Find the derivative of $\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$ with respect to $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ .

(ii) $f(x) = x + 2$, when $x < 2$.

$= x^2 - 1$, when $x \geq 2$.

Show that $f(x)$ is continuous at $x = 2$.

(iii) If $y=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$, prove that $2x\frac{dy}{dx}+y=2\sqrt{x}$ .

**5.** Answer *any two* questions: 4×2=8

(i) Find the value of $\int\cos(\log x)dx$ ·

(ii) Integrate: $\int\frac{\log x}{(1+\log x)^2}dx$

(iii) Integrate: $\int\tan x\, dx$

**6.** Prove that: 4×1=4

$$\int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx=\frac{\pi}{4}$$

*Or,*

Find the value of $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{3n}\right]$

**7.** Answer any *two* questions: 4×2=8

(i) If the straight line $lx + my = n$ is a normal to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, show that $\frac{a^2}{l^2}-\frac{b^2}{m^2}=\frac{(a^2+b^2)^2}{n^2}$ ·

(ii) Find the area of the smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ and the straight line $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ .

(iii) Given $x + y = 3$, find the maximum and minimum values of $\frac{9}{x}+\frac{36}{y}$ .

**8.** If two medians of a triangle are equal then prove that the triangle is isosceles. 4

*Or,*

Find the L.C.M of 4, 6, 9 using set operation.

**9.** Integrate: $\int \tan^6 x \, dx$ 4

*Or,*

Integrate: $\int \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x}$

———————