THE WEST BENGAL COUNCIL OF RABINDRA OPEN SCHOOLING

UCHCHA MADHYAMIK PARIKSHA, 2024

পশ্চিমবঙ্গ রবীন্দ্র মুক্তবিদ্যালয় সংসদ

উচ্চমাধ্যমিক পরীক্ষা, ২০২৪

গণিত

Mathematics

সময় ঃ ৩ ঘণ্টা ১৫ মিনিট | **পূর্ণমান ঃ ৮০**

Time : 3 Hours 15 Minutes | **Full Marks : 80**

পরীক্ষার্থীদের প্রতি সাধারণ নির্দেশ
(General Instructions for the Examinees)

সকল পরীক্ষার্থীকে নিজের নাম, ক্রমিক নম্বর ও নিবন্ধন নম্বর উত্তরপত্রে লিখতে হবে।
Candidates should write their Name, Roll No. and Registration No. in their respective answer scripts.

পরীক্ষার সময়ের প্রথম ১৫ মিনিট প্রশ্ন পড়ার জন্য।
প্রশ্নের উত্তর যথাযথ হওয়া দরকার।
First 15 Minutes are allotted for reading the question paper.
Answers should be in brief and to the point.

প্রতিটি উত্তরের প্রশ্নসংখ্যা খাতায় সঠিকভাবে লিখতে হবে।
Write correct question no. against each answer.

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।
বানান ভুল, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কাটা যাবে।
প্রান্তিক সংখ্যাগুলি প্রতিটি প্রশ্নের পূর্ণমান নির্দেশ করছে।
Special credit will be given for answers which are brief and to the point.
Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.
In the right side the marks of questions are given.

1. *যে কোনো দশটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 1×10=10

(a) 5, 17, 29, ... সংখ্যা তিনটি সমান্তর প্রগতিতে থাকলে তার পঞ্চম পদের মান কত হবে?

(b) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির বীজ দুটি α এবং β হলে, $\alpha^2 + \beta^2$-এর মান কত?

(c) A (4, 3) বিন্দুটির দূরত্ব মূলবিন্দু থেকে কত একক?

(d) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$-এর মুখ্য মান কত?

(e) $y^2 = 20x$-এর নাভির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।

(f) $(x^2 - 1)^8$ বিস্তৃতির তৃতীয় পদ কত হবে?

(g) $\cos\theta = 1$ হলে, θ-র মান কত?

(h) $y = 5x^2$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2}$-এর মান নির্ণয় করো।

(i) মান নির্ণয় করো ঃ $\int e^x\,dx$

(j) x-এর কোন মানের জন্য $f(x) = x^2 - 4x + 2$ অপেক্ষকটির মান অবম হবে নির্ণয় করো।

(k) A = {5, 6, 7, 8} এবং B = {2, 4, 6, 8, 10} দুটি সেট। $A \cap B$ সেটটির মান নির্ণয় করো।

2. (a) *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×1=2

(i) $\frac{(1+i)^2}{1-i} = x + iy$ হলে, x এবং y-এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $f(x) = x^2 - 10x + 3$ হলে, $f(-2)$-এর মান নির্ণয় করো।

(b) *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×1=2

(i) মান নির্ণয় করো ঃ $\lim_{x \to 1} 2x^3 - 4x^2 + 3$

(ii) ${}^nP_5 = 20 \times {}^nP_3$, $n \neq -1$ হলে, n-এর মান নির্ণয় করো।

(c) *যে কোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×3=6

(i) $f(x) = a^x$, দেখাও যে $\{f(x)\}\ \{f(y)\} = f(x + y)$

(ii) $y = \log x$ হলে, $\frac{d^2y}{dx^2}$-এর মান নির্ণয় করো।

(iii) $y = e^{5x}$ হলে, x-এর সাপেক্ষে $x = 0$ বিন্দুতে y-এর অন্তরকলজ নির্ণয় করো।

(iv) সমাকলন করো ঃ $\int \frac{\tan x}{\cot x}\,dx$

(d) *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×1=2

(i) $y = x + \frac{1}{x}$ অপেক্ষকের কোন বিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সমান্তরাল হবে?

(ii) $y = \sin^2 x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$-এর মান $x = 30°$-তে কত হবে?

(e) *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 2×1=2

(i) একটি সরলরেখায় চলমান বিন্দুর একই সরলরেখার উপর অবস্থিত একটি বিন্দু থেকে t সেকেন্ড পর দূরত্ব $x = 6 + 3t + 2t^3$, 2 সেকেন্ড পর বিন্দুটির গতিবেগ নির্ণয় করো।

(ii) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ বৃত্তের উপর $(2, -1)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো।

3. (a) *যে কোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×2=8

(i) সরল করো ঃ $7\log\frac{10}{9} - 2\log\frac{25}{24} + 3\log\frac{81}{80} - \log 2$

(ii) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ হলে, 4A – 3B-র মান নির্ণয় করো।

(iii) DRAUGHT শব্দটির অক্ষরগুলি একযোগে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলি (vowels) একত্রে থাকে?

(b) *যে কোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×2=8

(i) প্রমাণ করো ঃ $(\cos^2 66° - \sin^2 6°)(\cos^2 48° - \sin^2 12°) = \frac{1}{16}$

(ii) $\sin\theta = \cos\theta$, $2\pi < \theta < 4\pi$ হলে, θ-র মান নির্ণয় করো।

(iii) প্রমাণ করো ঃ $\cot^{-1}(\tan 2\theta) + \cot^{-1}(-\tan 3\theta) = \theta$

(c) *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×1=4

(i) $4y - 3x + 1 = 0$ রেখাটির উপর লম্ব এবং $(3, 4)$ বিন্দুগামী সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) যে উপবৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দুতে অবস্থিত এবং তার পরাক্ষ এবং উপাক্ষ যথাক্রমে x এবং y অক্ষের উপর অবস্থিত, নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য 6, উৎকেন্দ্রতা $\frac{1}{2}$, তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(d) *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×1=4

(i) মান নির্ণয় করো ঃ $\lim_{x \to 1} \frac{3x^3 + 4x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x}$

(ii) সার্বিক সেট S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} এবং A = {1, 3, 5, 7}, B = {9, 10, 11, 12}। $A \cap B'$-এর মান নির্ণয় করো।

(e) *যে কোনো দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×2=8

(i) 100 জন যুবকের মধ্যে 35 জন ফুটবল খেলে, 45 জন ক্রিকেট খেলে এবং 10 জন দুটোই খেলে। সেটতত্ত্ব প্রয়োগ করে নির্ণয় করো কেবলমাত্র এক প্রকার খেলা কত জন এবং কত জন কোনোটাই খেলে না।

(ii) মান নির্ণয় করো ঃ $\sin(A+B)\sin(A-B)+\cos(A+B)\cos(A-B)$

(iii) $x^y = y^x$ হলে, প্রমাণ করো যে $\frac{dy}{dx}=\frac{y(x\log y - y)}{x(y\log x - x)}$।

4. (a) $y = e^x(\sin x + \cos x)$ হলে, প্রমাণ করো যে, $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+2=0$। 4

অথবা,

(b) $y = \tan^{-1}x$ হলে, প্রমাণ করো যে $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+2x\frac{dy}{dx}=0$। 4

5. সমাকলন করো (*যে কোনো দুটি*) ঃ 4×2=8

(a) $\int\sqrt{1+\sin 2x}\,dx$ (b) $\int\frac{dx}{x\log x}$ (c) $\int\frac{x^2+x+1}{x}dx$

6. মান নির্ণয় করো ঃ 4

(a) $\int_0^{\pi/2}\cos^2 x\,dx$

অথবা,

(b) $\int_2^4 \frac{x}{x^2+1}dx$ 4

7. *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×1=4

(a) $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্তটিতে (3, –4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(b) একটি সামতলিকক্ষেত্র, $y = x(4 - x)$ এবং x-অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

8. *যে কোনো একটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×1=4

(a) ABCD সামান্তরিকের A, B ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (4, 6), (2, 8) এবং (0, –4) হলে, ভেক্টর পদ্ধতিতে D বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।

(b) $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{2n}$ বিস্তৃতিটির x বর্জিত পদটির মান কত?

1. Answer *any ten* questions: 1×10=10

(a) Find the fifth term of the A.P. 5, 17, 29, ...

(b) α and β are the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$. Find the value of $\alpha^2 + \beta^2$.

(c) Find the distance of the point A (4, 3) from the origin.

(d) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

(e) Find the coordinate of the focus of $y^2 = 20x$.

(f) What will be the third term of $(x^2 - 1)^8$?

(g) If $\cos\theta = 1$, find the value of θ.

(h) If $y = 5x^2$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

(i) Find the value of $\int e^x\,dx$.

(j) For what value of x the value of the function $f(x) = x^2 - 4x + 2$ will be minimum?

(k) A = {5, 6, 7, 8} and B = {2, 4, 6, 8, 10}, find the set $A \cap B$.

2. (a) Answer *any one* question: 2×1=2

(i) If $\frac{(1+i)^2}{1-i} = x + iy$, find the values of x and y.

(ii) If $f(x) = x^2 - 10x + 3$, find $f(-2)$.

(b) Answer *any one* question: 2×1=2

(i) Find the value of $\underset{x\to 1}{Lt}\ 2x^3 - 4x^2 + 3$.

(ii) ${}^nP_5 = 20 \times {}^nP_3,\ n \neq -1$, find the value of n.

(c) Answer *any three* questions: 2×3=6

(i) $f(x) = a^x$, show that $\{f(x)\}\ \{f(y)\} = f(x + y)$.

(ii) If $y = \log x$, find the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$.

(iii) If $y = e^{5x}$, find the derivative of y w.r.t. x at $x = 0$.

(iv) Find the value of $\int \frac{\tan x}{\cot x}dx$.

(d) Answer *any one* question: 2×1=2

(i) If $y = x + \frac{1}{x}$, at what point the tangent to the given curve will be parallel to the x-axis?

(ii) If $y = \sin^2 x$, find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 30°$.

(e) Answer *any one* question: 2×1=2

(i) A point moving in a straight line is at a distance of $x = 6 + 3t + 2t^3$ from a point on the same straight line after t seconds. Find the velocity of the point after 2 seconds.

(ii) Find the equation of the tangent to the circle $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ at the point $(2, -1)$.

3. (a) Answer *any two* questions: 4×2=8

(i) Simplify: $7\log\frac{10}{9} - 2\log\frac{25}{24} + 3\log\frac{81}{80} - \log 2$

(ii) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, find the matrix 4A – 3B.

(iii) Taking each letter of the word DRAUGHT together in how many ways can you arrange so that the vowels are always together?

(b) Answer *any two* questions: 4×2=8

(i) Prove : $(\cos^2 66° - \sin^2 6°)(\cos^2 48° - \sin^2 12°) = \frac{1}{16}$

(ii) If $\sin\theta = \cos\theta$, $2\pi < \theta < 4\pi$, find the value of θ.

(iii) Prove : $\cot^{-1}(\tan 2\theta) + \cot^{-1}(-\tan 3\theta) = \theta$

(c) Answer *any one* question: 4×1=4

(i) Find the equation of the straight line passing through (3, 4) and perpendicular to $4y - 3x + 1 = 0$.

(ii) Find the equation of the ellipse having centre at the origin and major and minor axes respectively on the x-axis and y-axis, with latus rectum 6 and eccentricity $\frac{1}{2}$.

(d) Answer *any one* question: 4×1=4

(i) Find the value of $\underset{x\to 1}{Lt}\ \frac{3x^3 + 4x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x}$.

(ii) Universal Set S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} and A = {1, 3, 5, 7}, B = {9, 10, 11, 12}, find $A \cap B'$.

(e) Answer *any two* questions: 4×2=8

(i) Out of 100 young boys 35 play football, 45 play cricket and 10 play both the games. Apply set theory and find out how many play only one game and how many do not play any game.

(ii) Find the simplest value of $\sin(A+B)\sin(A-B)+\cos(A+B)\cos(A-B)$.

(iii) If $x^y = y^x$, prove that $\frac{dy}{dx}=\frac{y(x\log y - y)}{x(y\log x - x)}$.

4. (a) If $y = e^x(\sin x + \cos x)$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+2=0$. 4

Or,

(b) If $y = \tan^{-1}x$, prove that $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+2x\frac{dy}{dx}=0$. 4

5. Integrate (*any two*): 4×2=8

(a) $\int\sqrt{1+\sin 2x}\,dx$ (b) $\int\frac{dx}{x\log x}$ (c) $\int\frac{x^2+x+1}{x}dx$

6. Find the value of 4

(a) $\int_0^{\pi/2}\cos^2 x\,dx$

Or,

(b) $\int_2^4\frac{x}{x^2+1}dx$ 4

7. Answer *any one* question: 4×1=4

(a) Find the equation of the tangent to the circle $x^2 + y^2 = 25$ at the point (3, –4).

(b) Find the area of the region bounded by the curve $y = x(4 - x)$ and x-axis.

8. Answer *any one* question: 4×1=4

(a) The coordinates of the points A, B and C of the parallelogram ABCD are respectively (4, 6), (2, 8) and (0, –4). Find the coordinate of D by using vector method.

(b) Find the term free from x in the expansion of $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{2n}$.

———